

Ein Risiko–basiertes Verfahren zur Berechnung  
von Risikozonen aus kartierten Bombentrümmern

Helmut Küchenhoff und Felix Günther

München, im März 2018

# 1 Einführung

In der folgenden Dokumentation werden die wesentlichen Aspekte der von uns entwickelten Methode zur Berechnung von Risikozonen aus kartierten Bombentrichtern<sup>1</sup> dargestellt und mit anderen Methoden verglichen. Wir verwenden hier den Begriff der *Risikozone*<sup>2</sup> für den Teil eines Gebietes, für den ein relevantes Risiko für das Vorhandensein von Blindgängern besteht. Das Verfahren wurde im Auftrag der OFD Niedersachsen entwickelt und intensiv an Hand von zahlreichen realen Beispielen geprüft, siehe dazu die Abschlussberichte verschiedener Projekte ([Mahling et al.(2009)], [Mahling et al.(2010)], [Mahling und Küchenhoff(2013)]). Die statistische Methodik wurde in der Dissertationsschrift von Monia Mahling ([Mahling (2013)]) und in der international renommierten Zeitschrift „Journal of the Royal Statistical Society“ ([Mahling et al.(2013)]) veröffentlicht. Die technische Umsetzung erfolgt in Form des Paketes „highriskzone“ ([Seibold et al. (2016)]), welches auf der frei verfügbaren Software R basiert. Zusätzlich wurden Programme entwickelt, die eine Integration der Funktionalität des Paketes in das Geoinformationssystem „QGIS“ ([Günther und Küchenhoff (2018)]) bereitstellen. Dadurch ist es möglich, auf flexible und effiziente Weise Risikozonen zu berechnen und darzustellen. Diese Dokumentation ist wie folgt gegliedert: In Abschnitt 2 erfolgt eine Beschreibung des Verfahrens, in Abschnitt 3 wird ein Vergleich zu Alternativen diskutiert. In Abschnitt 4 werden weitere Analyse-Möglichkeiten aufgezeigt und in in Abschnitt 5 Grenzen des Verfahrens erläutert. Zusätzlich wird in Abschnitt 6 die Umsetzung in QGIS kurz dargestellt.

## 2 Idee und Vorgehen

Gegeben sind Daten von kartierten Bombentrichtern in einem bestimmten Untersuchungsgebiet (siehe 2 Beispiele in Abb. 1). In Beispiel 1 existieren auf einer Fläche von ca.  $4 \text{ km}^2$  443 solcher Trichter, in Beispiel 2 auf ca.  $3.5 \text{ km}^2$  104. Die Aufgabe besteht darin, basierend auf den beobachteten Trichtern einen Bereich zu bestimmen, in dem ein vom Anwender definiertes Risikoniveau für das Vorhandensein von Blindgängern überschritten wird. Dieser Bereich wird als Risikozone bezeichnet. Die hier dargestellten Daten entsprechen realen Anwendungsfällen und wurden auch bereits in [Mahling et al.(2009)] verwendet. Geht man von einem Blindgängeranteil von 15% aus würde man im Bereich der bombardierten Fläche (also im Untersuchungsgebiet) von Beispiel 1 ca. 66 Blindgänger vermuten und im Gebiet von Beispiel 2 ca. 16. Es erscheint sinnvoll anzunehmen, dass die Blindgänger in Regionen auftreten in denen auch tatsächliche Bombentrichter re-

---

<sup>1</sup>Hierbei werden auch die Blindgängerverdachtspunkte mit einbezogen.

<sup>2</sup>In früheren Publikationen wurde dafür der Begriff *Sicherheitszone* verwendet.

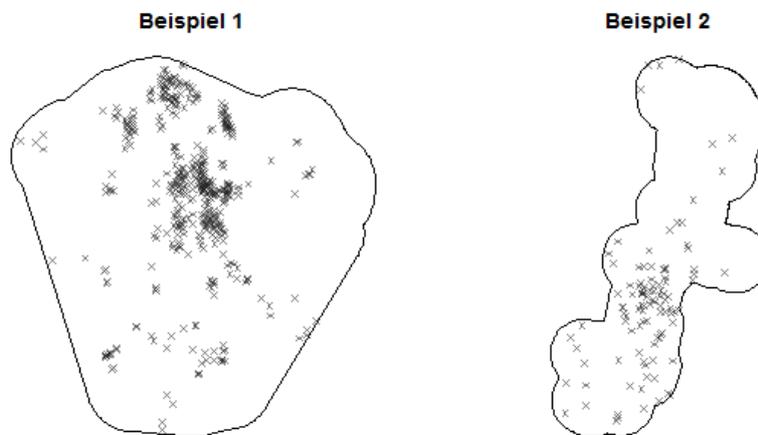


Abbildung 1: Darstellung der kartierten Bombentrichter für zwei Untersuchungsgebiete

gistriert wurden. Die Grundidee des Verfahrens besteht also grob formuliert darin, jene Bereiche als Risikozone zu definieren, in denen es *hinreichend viele* beobachtete Bombentrichter in der Nähe gibt. Die Bestimmung der Risikozone besteht daher aus 2 Schritten: Zuerst wird mittels statistischer Verfahren basierend auf den beobachteten Trichtern das Risiko für die Existenz von Blindgängern an jedem Ort im Untersuchungsgebiet bestimmt. Danach wird anhand festzulegender und transparenter Kriterien eine Risikozone, also eine kampfmittelverdächtige Fläche, im Untersuchungsgebiet bestimmt.

### 1. Bestimmung einer Risikokarte für das Gebiet

Die kartierten Bombentrichter werden als sogenannter räumlicher Punktprozess modelliert. Nähere Erläuterungen zu dem Modell finden sich im Anhang. Aus dem Punktmuster wird eine Karte der Intensität erstellt. Die Intensität des Punktmusters beschreibt, wie dicht die Beobachtungen in einem bestimmten Bereich liegen. Sie lässt sich – leicht vereinfacht ausgedrückt – als zu erwartende Anzahl von Beobachtungen (Bombentrichter) pro Quadratmeter interpretieren. Man geht davon aus, dass mögliche Blindgänger nach einem ähnlichen Muster wie die kartierten Bombentrichter verteilt sind und dass der Anteil der Blindgänger einen bestimmten Wert hat (typischerweise wird ein Blindgängeranteil von 15 % angenommen). Daher kann man basierend auf den Beobachtungen der Trichter auch eine Risikokarte für die Blindgänger erstellen. Beispiele für solche Risikokarten sind in Abbildung 2 gegeben.

Basierend auf diesen Risikokarten lassen sich Aussagen über die zu erwarten-

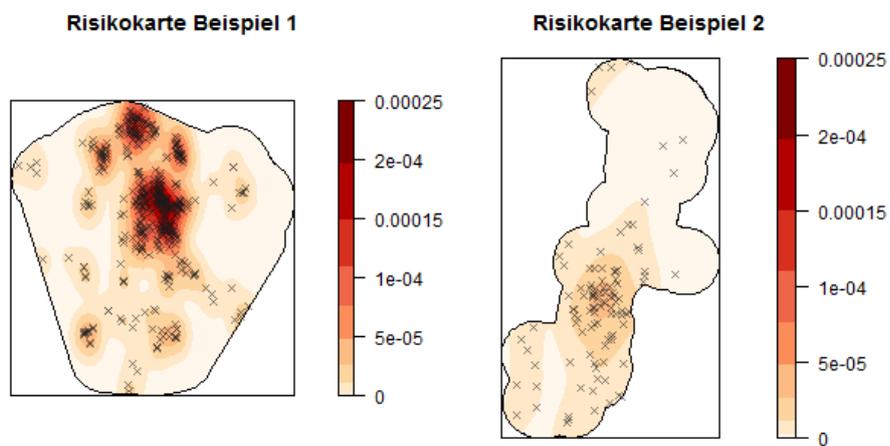


Abbildung 2: Risikoschätzung aus den beiden Beispielen in Abb. 1. Die roten, bzw. orangenen Bereiche entsprechen jeweils Gebieten höheren Risikos. Die Einheit in der Legende ist die erwartete Anzahl von Blindgängern pro  $m^2$ . Da in Beispiel 2 insgesamt weniger Trichter beobachtet wurden ist auch die erwartete Anzahl an Blindgängern pro  $m^2$  auf einem allgemein niedrigeren Niveau. Die beobachteten Bombentrichter sind durch graue Kreuze dargestellt. Es wird von einem Anteil an 15 % Blindgängern ausgegangen.

de Anzahl an Blindgängern in festgelegten Gebieten treffen und dies bildet die Grundlage zur Festlegung von Risikozonen. Die Entwicklung und Bewertung der Methoden war Inhalt intensiver wissenschaftlicher Untersuchungen, siehe dazu [Mahling (2013)]. Aufgrund des gewählten methodischen Ansatzes sprechen wir von einem Intensitäts-basierten oder auch von einem Risiko-basierten Verfahren.

## 2. Festlegung der Risikozone mit Hilfe der Risiko-Karte

Die Risikozone kann direkt aus der berechneten Risikokarte bestimmt werden. Es gibt dafür im Wesentlichen zwei verschiedene Ansätze beziehungsweise Kriterien. Bei dem ersten Kriterium wird für das Risiko pro Flächeneinheit außerhalb der Risikozone eine obere Grenze festgelegt. Der Wert dieser Grenze wird als *cutoff*  $c$  bezeichnet und beschreibt die maximal erlaubte Anzahl an erwarteten Blindgängern pro  $m^2$  außerhalb der Risikozone. Es geht also darum wieviele erwartete Blindgänger pro Flächeninhalt außerhalb der Risikozone tolerierbar sind. Das zweite Kriterium besteht darin, eine obere Grenze für das Gesamtrisiko für das Vorhandensein von Blindgängern außerhalb der Risikozone festzusetzen. Hierbei muss die maximale Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  dafür festgelegt werden, dass sich außerhalb der Risikozone ein oder mehrere Blindgänger befinden. Es wird dann die kleinstmögliche Risikozone konstruiert die diese Wahrscheinlichkeit einhält.

### 2.1 Risikozone mit Beschränkung des Risikos pro Flächeneinheit

Es wird direkt ein Grenzwert (*cutoff*) des Risikos  $c$  pro Flächeneinheit, d.h. die erwartete Anzahl von Blingängern pro Flächeneinheit, angegeben. Damit kann die Risikozone direkt aus der Risikokarte bestimmt werden. Die Risikozone besteht aus dem Bereich des Untersuchungsgebietes, für den die erwartete Anzahl von Blindgängern diesen Grenzwert überschreitet. In Abb. 3 sind für die obigen Beispiele die Risikozonen für den Grenzwert von  $c = 1 \cdot 10^{-6}$  pro  $m^2$  dargestellt. Dieser Wert kann zur einfacheren Interpretation durch Multiplikation mit dem Faktor  $10^6$  in einen Grenzwert für die erwartete Anzahl an Blindgängern pro  $km^2$  umgerechnet werden. Damit liegt in diesem Beispiel die erwartete Anzahl von Blindgängern pro  $km^2$  an jedem Punkt außerhalb der Risikozone bei unter 1.

### 2.2 Risikozone mit Beschränkung des Gesamtrisikos

Zunächst wird ein tolerierbares Gesamtrisiko  $\alpha$  festgelegt. Dieses beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Blindgänger im Untersuchungsgebiet außerhalb der Risikozone ist. Davon ausgehend wird die Risikozone so festgelegt, dass das Gesamtrisiko unter dem festgelegten Wert ist. Es wird die kleinste Risikozone berechnet die diese Risiko-Bedingung erfüllt. In Abb. 4 sind für die obigen Beispiele Risikozonen zu einem Gesamtrisiko von  $\alpha = 0.15$  dargestellt. Die Zonen sind also so konstruiert, dass nur mit einer 15 %-igen Wahrscheinlichkeit ein oder

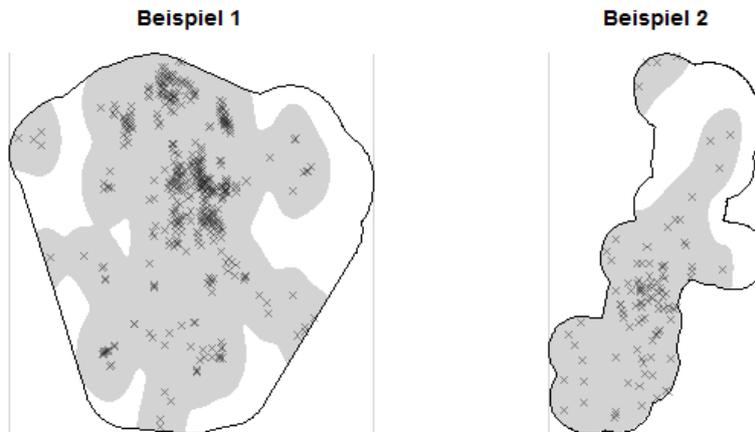


Abbildung 3: Risikozonen aus den beiden Beispielen in Abb. 1. Die grauen Bereiche sind die Risikozonen. Das Risiko für einen Blindgänger außerhalb der Risikozone ist pro  $m^2$  auf  $1 \cdot 10^{-6}$  beschränkt. Dabei wird von einem Anteil von 15% Blindgängern ausgegangen.

mehrere Blindgänger im Untersuchungsgebiet außerhalb der Risikozone vorhanden sind.

### 2.3 Vergleich der beiden Verfahren

Beide beschriebenen Verfahren lassen sich gut vergleichen bzw. nachträglich ineinander überführen. Wird die Risikozone nach dem ersten Verfahren durch Festlegung des Maximalrisikos eines Blindgängers pro Flächeninhalt außerhalb der Zone definiert, lässt sich nachträglich das Gesamtrisiko, also die Wahrscheinlichkeit dass sich mindestens ein Blindgänger außerhalb der so festgelegten Risikozone befindet, berechnen. Entsprechend lässt sich für das zweite Verfahren, in welchem die Form und Größe der Risikozone abhängig von der Einhaltung eines maximalen Gesamtrisikos bestimmt wird betrachten, wie groß der maximale erwartete Wert von Blindgängern pro Flächeneinheit außerhalb der Risikozone ist.

In unseren Beispielen ergeben sich folgende Ergebnisse: Wird in Beispiel 1 die Risikozone durch Beschränkung des Risikos pro Flächeninhalt außerhalb der Risikozone auf  $1 \cdot 10^{-6}$  pro  $m^2$  festgelegt (Abb. 3), ergibt sich ein Gesamtrisiko für die Existenz von Blindgängern außerhalb der Risikozone von ca. 23 %. In Beispiel 2 beträgt es ca. 29 %. Wählt man also diesen Grenzwert von maximal  $1 \cdot 10^{-6}$  an erwarteten Blindgängern pro  $m^2$  außerhalb der Risikozone, resultieren Risikozonen deren Gesamtrisiko von einem oder mehreren Blindgängern außerhalb der Zone größer ist als das erwünschte maximale Gesamtrisiko von 15 %, welches in der Konstruktion der Risikozonen aus Abb. 4 verwendet wurde. Dementsprechend

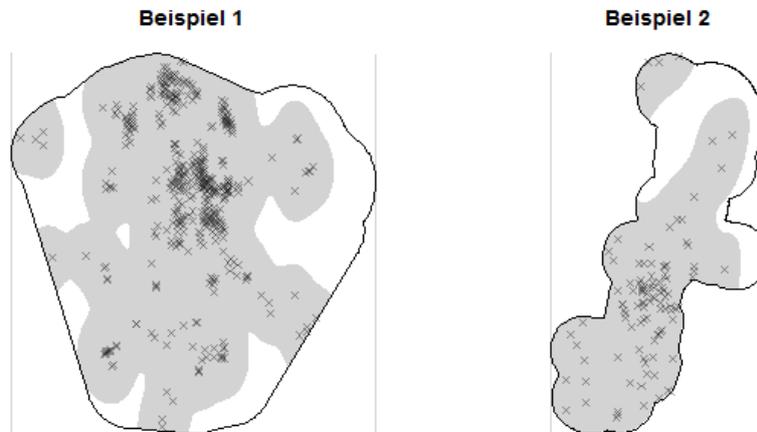


Abbildung 4: Risikozonen für die beiden Beispiele aus Abb. 1. Die grauen Bereiche sind die Risikozonen. Zur Festlegung der Grenzen der Risikozonen wurde das Gesamtrisiko für die Existenz von Blindgängern im Untersuchungsgebiet außerhalb der Risikozone auf  $\alpha = 0.15$  festgelegt. Dabei wird von einem Anteil von 15% Blindgängern ausgegangen.

sind die ausgewiesenen Risikozonen in Abb. 3 auch kleiner als die Risikozonen aus Abb. 4.

Die maximal erwarteten Anzahlen an Blindgängern pro  $m^2$  außerhalb der Risikozonen von Abb. 4 sind kleiner als die  $1 \cdot 10^{-6}$  (ca.  $7.1 \cdot 10^{-7}$  in Beispiel 1 und  $5.8 \cdot 10^{-7}$  in Beispiel 2). Dadurch ergibt sich jeweils das gewünschte Gesamtrisiko von  $\alpha = 0.15$  und es resultieren, wie bereits erwähnt, größere Risikozonen als im ersten Ansatz.

Prinzipiell ist die Entscheidung welches der beiden Kriterien zur Konstruktion einer Risikozone in spezifischen Anwendungsszenarien verwendet werden soll vom jeweiligen Anwender der Methodik zu treffen. Der erste hier vorgestellte Ansatz bietet eine greifbare Möglichkeit das tolerierte Risiko für Blindgängern außerhalb der ausgewiesenen Risikozone pro Flächeninhalt zu kommunizieren. Aufgrund der Festlegung der Grenze basierend auf dem Blindgängerrisiko relativ zu einer Flächeneinheit ist dieser Ansatz unabhängig von der Größe des zu analysierenden Untersuchungsgebietes. Mit Hilfe des zweiten Ansatzes lässt sich hingegen das Gesamtrisiko der Existenz von Blindgängern im kompletten zu analysierenden Untersuchungsgebiet außerhalb der Risikozone kontrollieren. Auch dies kann in bestimmten Anwendungsszenarien von Interesse sein. Immer zu berücksichtigen ist, dass beide Methoden stark von der gewählten Blindgängerwahrscheinlichkeit abhängen und deren Wahl damit entscheidenden Einfluss auf die Größe der resultierenden Risikozonen hat. An sich muss die berechnete Risikozone immer im Kontext der

übergebenen Parameter interpretiert werden (also toleriertes Blindgängerrisiko pro  $m^2$   $c$  oder Gesamtrisiko  $\alpha$  und zusätzlich die angenommene Blindgängerwahrscheinlichkeit) und die konkrete Wahl dieser Parameter muss inhaltlich vertretbar sein.

### 3 Vergleich mit anderen Verfahren

Es wurden ausführliche Vergleiche mit anderen Verfahren durchgeführt, siehe dazu insbesondere die Berichte [Mahling et al.(2009)] und [Mahling et al.(2010)]. Hier wurde das neue Verfahren mit zwei Alternativen verglichen.

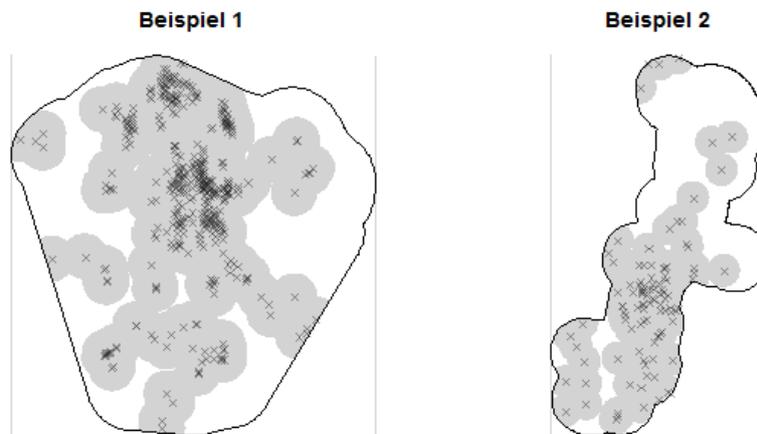


Abbildung 5: Risikozonen aus den beiden Beispielen in Abb. 1. Die grauen Bereiche sind die Risikozonen, welche durch der Vereinigung aller Kreisflächen mit festem Radius von 150m um jeden beobachteten Trichter bestimmt wurden.

#### 1. Verfahren mit festem Radius

Bei diesem Verfahren wird ein Radius festgelegt und die Vereinigung aller Kreisflächen um die Bombentrichter ergeben die Risikozone. Dieses Verfahren nutzt die vorhandene Information in den Daten nur in unzureichender Weise. Es ist keine während der Konstruktion keine Risikoabschätzung möglich und die vorhandenen Informationen bezüglich der räumlichen Struktur und Häufungen in den kartierten Bombentrichtern werden für die Konstruktion der Risikozonen nicht verwendet. In unseren Studien erwies sich dieses Verfahren als generell ungeeignet. Es zeigte sich insbesondere, dass die Risikozonen in der Umgebung einer Häufung von Beobachtungspunkten als zu klein angesetzt werden.

In Abb. 5 sind die Risikozonen für die Beispieldaten basierend auf dem Ansatz mit festem Radius von 150 m dargestellt. Im unteren Teil von Beispiel 2 sind die Löcher

in der Risikozone problematisch und inhaltlich nicht überzeugend zu begründen. Nimmt man, wie in der Konstruktion der Risiko-basierten Zonen aus Abschnitt 2, das plausible Modell des intensitätsbasierten Auftretens von 15 % Blindgängern an, besitzen die dargestellte, über festen Radius konstruierten Risikozonen ein Gesamtrisiko für mindestens einen Blindgänger außerhalb der Zonen von ca. 0.68 für Beispiel 1 und 0.72 in Beispiel 2.

## **2. Verfahren mit Radius aus Quantilen der Abstände**

Hierbei wird im ersten Schritt ein Radius aus den Quantilen der Abständen der kartierten Bombentrichter bestimmt. Analog zu dem ersten Verfahren ergibt die Vereinigung aller Kreise um die Bombentrichter mit diesem Radius die Risikozone. Dieses Verfahren ist meist deutlich besser als das Verfahren mit festen Radien. Allerdings ermöglicht diese Methode keine direkte quantitative Risikoabschätzung während der Konstruktion. Aus Abb. 6 ist weiter zu sehen, dass auch bei dem Quantilsverfahren die räumliche Struktur der Beobachtungspunkte kaum berücksichtigt wird. Das wird in Beispiel 2 bei Betrachtung des oberen rechten Punkte deutlich. Während bei dem neuen Risiko-basierten Verfahren die klar erkennbare räumliche Struktur (Orientierung der Trichter in Nord-Ost/Süd-West Ausrichtung) der Trichter berücksichtigt wird, werden in dem Quantil-basierten Verfahren einfach Kreisflächen um die Punkte als Risikozone ausgewiesen. Dies erscheint bei Betrachtung des gesamten Punktmusters wenig plausibel. In Beispiel 1 erscheint der sich ergebende Radius basierend auf dem 95 % Quantil problematisch. In einer nachträglichen Abschätzung des Gesamtrisikos basierend auf dem Intensitätsmodell mit 15 % Blindgängeranteil ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von über 99 % für die Existenz von mindestens einem Blindgänger außerhalb der Risikozone. In Beispiel 2 beträgt diese ca. 39 %.

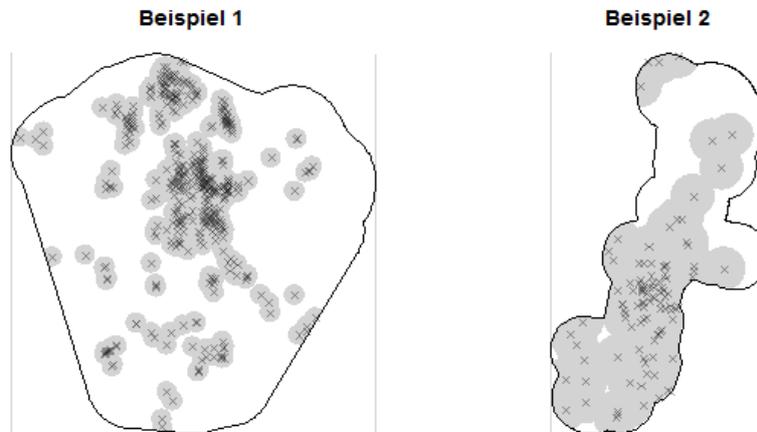


Abbildung 6: Risikozone aus den beiden Beispielen in Abb. 1. Die grauen Bereiche sind die Risikozone mit festem Radius, welcher durch die Quantilmethode bestimmt wurde. Der dargestellte Radius der Kreisflächen ergibt sich aus dem 95%-Quantil der jeweiligen *nächste Nachbarn* Abstände aller Trichterbeobachtungen.

## 4 Weitere Analysen und Möglichkeiten

Folgende praktischen Aspekte wurden untersucht und das Verfahren entsprechend erweitert. Es geht dabei hauptsächlich um Erweiterungen und Einschränkungen des Untersuchungsgebietes.

1. Es wurde festgestellt, dass die getrennte Betrachtung einzelner Angriffe in einem Untersuchungsgebiet keinen Effizienzgewinn mit sich bringt sondern tendenziell zu übermäßig großen Risikozone führt, siehe [Mahling (2013), Appendix C]. Falls Beobachtungen aus verschiedenen Angriffen in einem auszuwertenden Gebiet vorliegen und für diese unterschiedliche Blindgängerwahrscheinlichkeiten angenommen und/oder Gesamtrisikos von übersehenen Blindgängern erwünscht sind, ist zu empfehlen alle Beobachtungen gleichzeitig zu analysieren und die *konservativeren* Werte für Blindgängerrisiko (den höheren aus den Angriffen) und Gesamtrisiko (den niedrigeren) zu verwenden. Dies garantiert die Einhaltung der erwünschten Risikoabschätzung und führt tendenziell zu kleineren Risikozone als Lösungen in denen getrennte Risikozone pro Angriff geschätzt und dann nachträglich auf dem Untersuchungsgebiet miteinander vereinigt werden.
2. Liegen Beobachtungen weiterer Bombentrichter außerhalb, aber nahe des Untersuchungsgebietes vor, können diese für die Schätzung der Risikokar-

te innerhalb des Untersuchungsgebietes relevant sein. In diesem Fall unterscheidet sich das Auswertungsgebiet (das Gebiet mit kartierten Trichtern) von dem interessierenden Untersuchungsgebiet. Es wurde ein Weg entwickelt den Ansatz der Risikozonenschätzung mit Beschränkung des Gesamtrisikos  $\alpha$  auch in solchen Situationen durchzuführen. Alle beobachteten Trichter, auch die außerhalb des eigentlichen Untersuchungsgebietes, gehen dabei in die Schätzung der *Risikokarte* ein. Die Grenze der Risikozone wird so gewählt, dass das Gesamtrisiko eines Blindgängers außerhalb der Risikozone nur für das Untersuchungsgebiet kontrolliert wird. Dieser Schätzansatz ist in QGIS implementiert.

Ebenfalls ist es möglich, den ersten Ansatz der Konstruktion der Risikozone durch direkte Festlegung des maximal tolerierten Blindgängerrisikos  $c$  außerhalb der Zone zu nutzen. Die Risikokarte wird dazu ebenfalls basierend auf allen Beobachtungen des Auswertgebietes geschätzt, die Risikozone über den gewünschten Grenzwert des maximalen Risikos pro Flächeneinheit außerhalb der Risikozone definiert und anschließend mit dem Untersuchungsgebiet geschnitten.

3. Für den Fall, dass nur Beobachtungen aus dem Untersuchungsgebiet vorliegen aber der Verdacht besteht dass in näherer Umgebung weitere Bombentrichter existieren, wurde ein Verfahren entwickelt um Pufferzonen um das eigentliche Untersuchungsgebiet herum zu definieren, welche zusätzlich untersucht werden sollten. Diese Pufferzonen stellen Gebiete dar in denen zusätzliche Trichter Einfluss auf die Form der Risikozone innerhalb des Untersuchungsgebietes nehmen könnten. Das Vorgehen wird in [Mahling (2013), Appendix B] beschrieben, der dort vorgestellte Ansatz 2 zur Berechnung der notwendigen Breite eines Saumes um das Untersuchungsgebiet ist im *highriskzone* R-Paket implementiert.

In diesem Saum können dann nachträglich Bombentrichter kartiert werden und die Sicherheitszone im Untersuchungsgebiet kann über die Ansätze aus Punkt 2 konstruiert werden. Da Trichter häufig stark gehäuft und mit einer klaren Struktur auftreten, lässt sich prinzipiell Folgendes sagen: Sobald bekannt ist, dass in der Nähe eines Untersuchungsgebietes mehrere Trichter zu beobachten sind, sollten diese in die Schätzung der Risikokarte mit aufgenommen werden, da sie einen relevante Einfluss auf die Form und Struktur der Risikokarte innerhalb des Untersuchungsgebietes haben können. Einzeln auftretende Trichter in größerem Abstand haben hingegen keinen Einfluss auf die Form der Risikozonen innerhalb des Untersuchungsgebietes.

4. Wir haben Verfahren, die Einschränkungsf lächen innerhalb des Untersuchungsgebietes berücksichtigen, entwickelt. Können beispielsweise in Teil-

flächen aufgrund der örtlichen Begebenheiten nur ein Teil der tatsächlich existierenden Trichter erhoben werden, oder liegen für Teilflächen keine Informationen vor, kann bei der Berechnung der Risikozonen berücksichtigt werden. Diese Ansätze sind in QGIS implementiert und Details zu Möglichkeiten der Umsetzung können in [Günther und Küchenhoff (2018)] gefunden werden.

## 5 Anwendbarkeit und Grenzen

Da das Verfahren auf einer Daten-gesteuerten Schätzung des Risikos basiert, wird die Schätzung bei einer geringen Datenmenge, d.h. bei einer geringen Anzahl kartierter Bombentrichter, unsicher. Ausführliche Untersuchungen zum Stichprobenumfang ([Mahling et al.(2010)]) haben ergeben, dass das Verfahren auch für relativ kleine Anzahlen kartierter Bombentrichter angewendet werden kann. In den meisten Fällen war ein Umfang von  $n = 30$  kartierten Bombentrichtern ausreichend, um eine sinnvolle Schätzung zu erhalten. Allerdings hängt die Güte der Risikoschätzung auch von der räumlichen Struktur des Gebietes und der Verteilung der Punkte ab. Daher sollte grundsätzlich die Risikokarte optisch auf Plausibilität geprüft werden. Weiter kann es bei dem Verfahren bei ungünstigen Gebietsstrukturen zu Problemen bei der numerischen Durchführbarkeit des Verfahrens kommen. Diese Fälle sind insbesondere bei geringen Anzahlen an beobachteten Bombentrichtern und Verdachtspunkten eine deutliche Indikation dafür, dass das Verfahren nicht geeignet ist.

## 6 Praktische Umsetzung

Die Grundlage bildet das von uns entwickelte frei verfügbare R-Paket *highriskzone*, siehe dazu [Seibold et al. (2016)]. Weiter wurde eine Schnittstelle zum Geoinformationssystem QGIS entwickelt. Diese ermöglicht kartierte Trichterdaten direkt in QGIS auszuwerten. Intern werden die R Funktionen aus dem *highriskzone* Paket aufgerufen, die dort geschätzten Risikozonen werden als Polygonlayer ausgegeben und können direkt in QGIS angezeigt und visuell analysiert werden. Für eine genaue Dokumentation der Funktionalität siehe [Günther und Küchenhoff (2018)]. Im Vergleich zu dem R-Paket ist die Funktionalität aufgrund der Ausgabemöglichkeiten in QGIS eingeschränkt. Für viele Standardsituationen und einige Spezialfälle ist es allerdings möglich, Risikozonen direkt aus QGIS über die grafische Benutzungsoberfläche zu schätzen und weiter zu verarbeiten. Für komplexere Analysen und die statistische Weiterverarbeitung und Evaluierung der Risikozonen sollte auf die Funktionalität des *highriskzone* Paketes in R zurückgegriffen werden.

## Literatur

- [Baddeley et al.(2000)] Baddeley, A., Møller, J. & Waagepetersen, R. (2000). Non- and semi-parametric estimation of interaction in inhomogeneous point patterns. *Statistica Neerlandica* **54**, 329–350.
- [Duong und Hazelton (2005)] Duong, T. & Hazelton, M.L. (2005). Cross-validation bandwidth matrices for multivariate kernel density estimation. *Scandinavian Journal of Statistics* **32**, 485–506.
- [Günther und Küchenhoff (2018)] Günther, F. & Küchenhoff, H. (2017). *Risikozonen in QGIS. Dokumentation 2018*
- [Illian et al.(2008)] Illian, J., Penttinen, H., Stoyan, H. & Stoyan, D. (2008). *Statistical analysis and modelling of spatial point patterns*, Wiley, Chichester, West Sussex, Eng.
- [Mahling et al.(2009)] Mahling, M., Höhle, M. & Küchenhoff, H. (2009). *Statistische Verfahren zur Berechnung von Sicherheitszonen aus kartierten Bombentrümmern. Abschlussbericht 15.9.2009*
- [Mahling et al.(2010)] Mahling, M., Höhle, M. & Küchenhoff, H. (2010). *Statistische Verfahren zur Berechnung von Sicherheitszonen aus kartierten Bombentrümmern. Abschlussbericht 1.8. 2010*
- [Mahling und Küchenhoff(2013)] Mahling, M. & Küchenhoff, H. (2013). *Statistische Verfahren zur Berechnung von Sicherheitszonen aus kartierten Bombentrümmern. Abschlussbericht 22.1.2013*
- [Mahling et al.(2013)] Mahling, M., Höhle, M. & Küchenhoff, H. (2013). Determining high-risk zones for unexploded WWII bombs using point process methodology *Journal of the Royal Statistical Society, Series C* **62** (2), 181–199.
- [Mahling (2013)] Mahling, M. Determining high-risk zones by using spatial point process methodology. Ph.D. thesis, Cuvillier Verlag Göttingen, available online: <http://edoc.ub.uni-muenchen.de/15886/>
- [Seibold et al. (2016)] Seibold H., Mahling, M. and Linne, S. (2016). highriskzone: Determining and Evaluating High-Risk Zones. R package version 1.3-1. <https://CRAN.R-project.org/package=highriskzone>

## 7 Anhang: Details zu der statistischen Methodik

Grundlage der in Abschnitt 2 vorgestellten Konstruktion von Sicherheitszonen ist die Annahme, dass die Lokalisationen aller Bomben (explodierter oder Blindgänger) der Realisation eines räumlichen Punktprozesses entsprechen. Details zur Theorie räumlicher Punktprozesse sind z.B. in [Illian et al.(2008)] zu finden:

Mit „Ereignis“ werden diejenigen Punkte bezeichnet, an denen eine Bombe aufgetroffen ist. Ein „(beliebiger) Punkt“ kann hingegen jeder Punkt innerhalb des Beobachtungsfensters sein. Sei  $W$  das Beobachtungsfenster,  $X$  ein räumlicher Punktprozess und  $N(A)$  die Anzahl von Ereignissen in einer Region  $A \subseteq W$ . Deren Erwartungswert

$$E(N(A)) = \Lambda(A)$$

wird auch *Intensitätsmaß* genannt und häufig mit Hilfe der *Intensitätsfunktion*  $\lambda(x)$  als

$$\Lambda(A) = \int_A \lambda(x) dx$$

dargestellt.  $\lambda_X(s)$  gibt damit die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses in einem infinitesimalen Kreis an Stelle  $s$  an.

Zur Modellierung der Daten nehmen wir einen inhomogenem Poisson-Prozess an, d.h. die Intensität hat eine räumliche Variation und für jede beliebige Region  $A \subseteq W$  ist die Anzahl an Ereignissen Poisson-verteilt, also  $N(A) \sim Po(\int_A \lambda(x) dx)$ . Anstatt der Lokalisationen aller Bomben kann für die Konstruktion von Risikozonen nur eine Realisation des *ausgedünnten* Punktprozess von explodierten Bomben und Verdachtspunkten  $Y$  beobachtet werden. Der Prozess der Blindgänger  $Z = X \setminus Y$  ist unbeobachtet aber von Hauptinteresse. Wenn die Lokalisationen aller Bomben  $X$  einem inhomogenen Poissonprozess folgen und jede einzelne Lokalisation mit fester Wahrscheinlichkeit  $p$  beobachtet wird (also die Wahrscheinlichkeit eines Blindgängers  $q = 1 - p$  im Untersuchungsgebiet, d.h. für jede einzelne Bombe, konstant ist), ist es möglich basierend auf den beobachteten Kratern  $Y$  die Intensität des Blindgängerprozesses  $Z$  zu schätzen und darauf aufbauend Risikozonen zu definieren:

Sei  $X$  ein inhomogener Poissonprozess mit Intensitätsfunktion  $\lambda_X(s)$ ,  $s \in W$ , dann sind auch  $Y$  und  $Z$  inhomogene Poissonprozesse mit Intensitätsfunktionen  $\lambda_Y(s) = p\lambda_X(s)$  und  $\lambda_Z(s) = q\lambda_X(s)$ . Aus den beobachteten Bombenkratern wird nun die Intensität  $\hat{\lambda}_Y(s)$  geschätzt (siehe unten) und durch Skalierung der geschätzten Intensität mit dem Faktor  $\frac{q}{1-q}$  die (geschätzte) Intensität des Blindgängerprozesses berechnet. Die in Abschnitt 2 eingeführte Risikokarte entspricht genau dieser geschätzten räumlichen Intensitätsfunktion des inhomogenen Blindgängerpoissonprozesses.

Die Schätzung der Intensität erfolgt aus den Daten mit Hilfe von Kerndichteschätzern nach [Baddeley et al.(2000)]. An einer Stelle  $s$  kann die Intensität der beobachteten Ereignisse durch

$$\hat{\lambda}_Y(s) = e(s) \cdot \sum_{i=1}^{n_Y} K_H(s - y_i)$$

geschätzt werden.  $K_H$  ist dabei ein anisotroper Gauß-Kern (also die Dichte der bivariaten Normalverteilung) mit Kovarianzmatrix  $H$ .  $e(s)$  ist ein Term zur Randkorrektur, welcher einen negativen Bias aufgrund von Nichtbeobachtung von Trichtern außerhalb des Untersuchungsgebietes ausgleichen soll. An jeder Stelle  $s$  entspricht die Intensität  $\lambda_Y(s)$  also der Summe von an den beobachteten Kratern zentrierten und an  $s$  evaluierten bivariaten Normalverteilungskernen. Die optimale Kovarianzmatrix der Kerne  $H$  wird über *Smoothed Cross-Validation* [Duong und Hazelton (2005)] gefunden, dazu wird die R-Funktion `Hscv` aus dem Paket `ks` verwendet.

Nachdem die Intensitätsfunktion der beobachteten Krater  $\hat{\lambda}_Y(s)$  und damit ebenfalls die Intensität des Blingängerprozesses  $\hat{\lambda}_Z(s) = \frac{q}{1-q} \hat{\lambda}_Y(s)$  geschätzt wurden können nun Risikozonen als Gebiete erhöhten Risikos definiert werden: Für einen festen Threshold  $c$  des maximalen Risikos außerhalb der Zone ist die Risikozone gegeben als

$$R_c = \{s \in W : \hat{\lambda}_Z(s) \geq c\}.$$

Wurde eine Sicherheitszone  $R_c$  so definiert lässt sich das Gesamtrisiko  $\hat{\alpha}$ , also die Wahrscheinlichkeit von mindestens einem Blindgänger im Untersuchungsgebiet außerhalb der Risikozone  $\hat{P}(N_Z(W \setminus R_c) > 0)$ , unter Ausnutzung der Eigenschaften der Poissonverteilung durch

$$\begin{aligned} \hat{P}(N_Z(W \setminus R_c) > 0) &= 1 - \hat{P}(N_Z(W \setminus R_c) = 0) \\ &= 1 - \exp\left(- \int_{W \setminus R_c} \hat{\lambda}_Z(s) ds\right). \end{aligned}$$

schätzen. Fasst man diesen Ausdruck als Funktion des Thresholds  $c$  auf, lässt sich per univariater Nullstellensuche ein solches  $c$  finden, für das ein erwünschtes Gesamtrisiko  $\alpha$  eingehalten wird.